Propuesta de un Modelo de Programación por Metas para la Medición de la Movilidad Intergeneracional Educativa en el Departamento Central y Asunción – Paraguay

Jorge L. Recalde y María M. López

Facultad Politécnica, Universidad Nacional de Asunción
San Lorenzo, Paraguay
{jrecalde,mlopez}@pol.una.py

Resumen. La medición de las variables que afectan el crecimiento económico de un país es de suma importancia para el análisis de la situación actual de una población, como también para la construcción de escenarios futuros. Además, una variable relevante a nivel mundial para la generación de políticas públicas, es el capital humano con sus componentes *educación*, salud y nutrición. En esta investigación se propone un modelo de programación por metas para la estimación de una matriz de probabilidades de transición, que refleje los niveles de movilidad intergeneracional educativa entre un individuo y su progenitor. Seguidamente, se calcula el índice de Shorrocks para describir el peso de la herencia entre generaciones. El modelo fue validado con datos oficiales de veinte años consecutivos de jefes de hogar de la ciudad de Asunción y del Departamento Central. Los resultados indican que se puede obtener una matriz de probabilidades de transición, para la medición de la movilidad intergeneracional educativa, aplicando un modelo de programación por metas basado en principios de cadenas de Markov.

Palabras clave: Movilidad intergeneracional educativa, matriz de transición, programación por metas, cadenas de Markov.

1 Introducción

La educación formal condiciona el rendimiento de los individuos y puede ser transmitida entre generaciones. Este tipo de educación puede medirse por el nivel o grado educativo alcanzado, los años de estudio o el título máximo obtenido por la persona; de esta forma se cuantifica tradicionalmente el componente educación del capital humano, y particularmente en Paraguay, a través de los censos y encuestas. En países de la región, también se midieron los niveles de herencia educativa entre generaciones, y para ello confeccionaron matrices de probabilidades de transición.

Para la elección del tipo de modelo a utilizar para estimar la matriz de transición, es necesario conocer si los datos disponibles son agregados o de panel. En particular, en Paraguay los datos son agregados, es decir, están basados en muestras y conteos, en los que se observan ciertas características de individuos tomados al azar para cada periodo de tiempo, y no del tipo panel, donde se consideran características de individuos preseleccionados y observados durante varios periodos de tiempo.

El principal objetivo de este trabajo es formular un modelo matemático basado en programación por metas para calcular la matriz de probabilidades de transición entre niveles de educación. Una vez confeccionada la matriz, se calcula con ésta el índice de Shorrocks para medir la movilidad intergeneracional educativa de los jefes hogar, residentes en el Departamento Central y la ciudad de Asunción, que corresponden al décimo primer departamento y a la capital del país respectivamente.

Indagar acerca de la transmisión de la educación permitirá hacer un análisis de la oportunidad que tienen las personas de acceder a cada nivel educativo.

2 Planteamiento del problema

Los sistemas productivos en el Paraguay se tornan cada día más complejos, la oferta y la demanda interactúan en mercados altamente competitivos y globalizados, y la tendencia a lograr economías sofisticadas está basada hoy principalmente en la obtención y transferencia del conocimiento mediante la educación formal.

En el país no se dispone de investigaciones que hagan referencia a la transferencia de la educación formal de padres a hijos. Además, no se cuenta actualmente a nivel nacional, con resultados de encuestas con datos del tipo panel; en consecuencia, para el análisis de la educación formal de la población no se pueden aplicar las soluciones clásicas de Máxima Verosimilitud, como lo explican Jones [1] y Nina et al. [2].

Como necesariamente las probabilidades que corresponden a la matriz de transición educativa deben ser estimadas previamente al cálculo del índice de Shorrocks, se precisa un modelo que facilite las operaciones de cálculo y que permita manejar un conjunto de ecuaciones de regresión y sus desviaciones de manera simple. Además, el modelo debe permitir estimar tales probabilidades, asegurando que las mismas no sean distorsionadas por la presencia de datos atípicos.

En ese sentido, la programación por metas posee ciertas bondades que pueden ser aprovechadas para la estimación de las probabilidades de transición, como la casi nula alteración de los resultados por la presencia de datos atípicos o anómalos, y además, la simplicidad de generar una estructura lineal en su función objetivo, en las ecuaciones metas planteadas y en las restricciones.

Puesto que las ecuaciones de regresión pueden obtenerse a partir de ciertos planteamientos basados en cadenas de Markov, es posible aprovecharlas y disponerlas de manera conveniente como ecuaciones metas. Si se asocian las ecuaciones con las variables de desviación necesarias, será posible estimar las probabilidades de transición, a medida que se intenta ajustarlas para que la meta, o lado derecho de la igualdad, sea alcanzada al máximo posible.

3 Trabajos relacionados

3.1 Matrices de transición

La construcción de matrices de transición en investigaciones econométricas ha sido considerable a nivel mundial. Se ha encontrado evidencia del uso de esta matriz en trabajos diversos. Por ejemplo, Torres y Allepuz [3], para el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD), estimaron el Índice de Desarrollo Humano (IDH) para el mundo calculando previamente las matrices de transición necesarias; igualmente, las matrices se han empleado en los trabajos de investigación de Ferrari [4], para estimar la transmisión intergeneracional de la pobreza en Uruguay; Cárdenas [5] para el cálculo de la transmisión intergeneracional educativa en Honduras, Nina et al. [2], para la estimación de la movilidad de educación entre generaciones en Bogotá; Díaz [6], para la estimación de la transmisión intergeneracional de educación e ingresos en Guatemala y Núñez y Miranda [7] para el análisis de la movilidad intergeneracional de ingresos en Chile.

3.2 El índice de Shorrocks

El índice de Shorrocks se utilizó en investigaciones en las que se determinó previamente una matriz de transición, tal es así que Nina et al. [2] lo calculan para medir la movilidad social en Bogotá, Cárdenas [5] para medir la movilidad educacional entre generaciones en Honduras; Torres y Allepuz [3] para determinar la movilidad de los niveles de IDH en el mundo; Díaz [6] para determinar la existencia de movilidad ocupacional intergeneracional en Guatemala y Sapelli [8] para medir la movilidad intrageneracional del ingreso en Chile.

3.3 Movilidad intergeneracional educativa

Se hallaron investigaciones para países de la región, y estudios comparativos con países desarrollados como España, en los cuáles se determina la movilidad intergeneracional educativa utilizando datos oficiales disponibles.

Mediavilla y Calero [9], estimaron una matriz de transición para Argentina, Brasil, Chile, México, Perú y Venezuela, para los años 1998-1999 y calcularon un índice de inmovilidad para padres e hijos y para madres e hijos por separado, obteniendo resultados de mayor movilidad educativa para la relación madre-hijo, en los países de Argentina, Brasil y México, y no hallaron diferencias significativas para Perú y Chile. Los autores mencionan que analizando la matriz de transición en función del sexo de los progenitores no se evidencia una tendencia bien definida, sin embargo, para el nivel educativo superior, en todos los países a excepción de Perú, sería el nivel educativo de los padres el que más influiría sobre el de los hijos. Este resultado difiere con otros obtenidos en España, en donde son las mujeres las que influyen en la probabilidad de educación superior de los hijos.

Sánchez [10] en un trabajo referente a la movilidad intergeneracional educativa en España en el año 1990, determinó que la mayor influencia de padres-hijos y de madres-hijas se da en la educación media, terciaria y superior.

Los resultados obtenidos para Bogotá en el trabajo de Nina et al. [2] indican la existencia de una movilidad baja de la transmisión intergeneracional de la educación, en ese caso se determinó la movilidad educativa por ciudades.

3.4 Metodologías para la construcción de matrices de transición.

Diversos autores han planteado estimar la matriz de transición utilizando técnicas de programación matemática. A tal efecto, Lee et al. [11] sugieren minimizar la suma de los errores al cuadrado resolviendo un problema de programación cuadrática, sujeto a las restricciones lineales que incluyen a las probabilidades de transición que se buscan estimar.

MacRae (1977) citada por Jones [1], notó cierta dependencia entre el error de estimación y la proporción correspondiente a un dato agregado, para tratar dicha dependencia desarrolló una técnica iterativa generalizada de mínimos cuadrados utilizando matrices de covarianza.

Jones [1] y Nina et al. [2] proponen calcular la matriz de transición utilizando matrices de covarianzas en un modelo de programación no lineal.

La variante que se propone en este trabajo, es la de estimar las probabilidades de transición resolviendo un modelo lineal de programación por metas utilizando como base las ecuaciones de regresión para generar ecuaciones metas.

4 Materiales y Métodos

4.1 Medición de la movilidad intergeneracional educativa

La movilidad intergeneracional educativa se puede describir matemáticamente mediante procesos estocásticos, concretamente con estimaciones basadas en las cadenas de Markov para construir matrices de transición. A partir de una matriz, se calcula el índice de Shorrocks [12].

Utilizando los principios de las cadenas de Markov, se puede plantear un sistema que posea un conjunto S_i de estados independientes entre sí (niveles de educación formal que puede lograr una persona), y donde cada individuo tenga una probabilidad p_{ij} de moverse de un estado a otro, en cierto intervalo de tiempo.

4.2 Cadenas de Markov[1]

Un proceso estocástico[2] $\{X_t\}$ (t =0, 1, 2,...) es una cadena de Markov de estado finito si tiene las siguientes características:

1. Un número finito de estados: El conjunto de posibles estados S de la variable aleatoria X_t viene dado por $S = \{s_0, s_1, \dots, s_M\}$

2. La propiedad markoviana:
   Si $P\{X_{t+1} = s_j | X_0 = s_0 \, , \, X_1 = s_1 \, , \dots, X_{t-1} = s_{t-1} \, , X_t = s_i\} = P\{X_{t+1} = s_j | X_t = s_i\}$ para t=0, 1, 2…; i=0,1,…; j=0,1,… y toda sucesión $s_i, s_j, s_0, s_1, \dots, s_{t-1}$

   Las probabilidades condicionales anteriores se llaman probabilidades de transición y se pueden denotar por:

$$p_{ij} = P\{X_{t+1} = s_j | X_t = s_i\} \tag{1}$$

donde p_{ij} es la probabilidad que tiene un individuo de pasar de un estado i a un estado j.

3. Probabilidades de transición estacionarias: Si $P\{X_{t+1} = s_j | X_t = s_i\} = P\{X_1 = s_j | X_0 = s_i\}$, para $t = 0,1,2 \dots$ entonces se dice que las probabilidades de transición son estacionarias, es decir, no cambian en el tiempo.

   Las probabilidades de transición se pueden denotar en forma matricial:

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & \cdots & p_{0M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M0} & \cdots & p_{MM} \end{bmatrix} \tag{2}$$

donde, $0 \le p_{ij} \le 1$, para $i = 0..M$; $j = 0..$M, y también

$$\sum_{\mathrm{j}=0}^{\mathrm{M}} p_{ij} = 1 \, , \text{para } i = 0..\mathrm{M}$$

4.3 Estimación de probabilidades de transición con datos agregados

Sea $n_i(t)$, $N(t) \; y \; p_i\{t\}$ el número de individuos que se encuentran en el estado i, el tamaño de la muestra y la probabilidad de que un individuo se encuentre en el estado i, en el tiempo t, respectivamente.

Entonces se tiene que:

$$N(t) = \sum_{i=1}^{M} n_i(t)$$

---

1 Hillier y Lieberman [13]

2 Colección indexada de variables aleatorias X_t, donde $t \epsilon T$

y que el estimador de probabilidades no condicionadas es:

$$\widehat{p}_i = \frac{n_i(t)}{N(t)} = y_i(t),\ \text{para } i = 0..\text{M} \tag{3}$$

Según las propiedades de un proceso markoviano y con (1) se tiene que:

$$P\{X_{t+1} = s_j\} = \sum_{i=0}^{M} P\{X_t = s_i\} * P\{X_{t+1} = s_j \middle| X_t = s_i\}$$

o bien:

$$p_j\{t+1\} = \sum_{i=0}^{M} p_i\{t\} * p_{ij}\ \text{, para } j = 0..\text{M} \tag{4}$$

En lo anterior $p_j\{t+1\}$ y $p_i\{t\}$ son probabilidades no condicionadas y es posible realizar estimaciones de ellas a partir de los datos agregados.

Si se efectúa el reemplazo de $p_j\{t+1\}$ y $p_i\{t\}$ en (4) por sus estimados, se tendrá cierto error residual e_j de exactitud, quedando la expresión como sigue:

$$\hat{p}_j\{t+1\} = \sum_{i=0}^{M} \hat{p}_i\{t\} * p_{ij} + e_j\{t+1\}, \qquad \text{para } j = 0..M \tag{5}$$

La ecuación (5) puede escribirse de acuerdo con Judge[3] [14], Timofeeva y Timofeev [15], Nina et al. [2] y Jones [1], con la notación del siguiente modelo de regresión:

$$y_j\{t+1\} = \sum_{i=0}^{M} y_i\{t\} * p_{ij} + e_j\{t+1\}, \qquad \text{para } j = 0..M \tag{6}$$

donde, $y_j\{t+1\}$ y $y_i\{t\}$ son conocidos y las probabilidades de transición $p_{1j}, p_{2j}, \dots, p_{Mj}$ son los parámetros a estimar.

4.4 Programación por metas

La programación por metas, proporciona una aplicación muy práctica en el campo de análisis de datos, específicamente en la estimación de parámetros respecto a la no influencia de datos atípicos que pueden presentarse en los modelos de regresión.

El conjunto de ecuaciones (6), obtenido a partir de las cadenas de Markov, se puede utilizar en la formulación de un modelo de programación por metas y estimar las probabilidades de transición, siguiendo una estructura estándar.

El modelo matemático estándar para un problema formulado como uno de programación por metas se representa según Charner et al. (1977) citado en Schniederjans [16], López, H. y López R. [17], Aznar y Guijarro [18], como sigue:

[3] Aquí el autor presenta una variante con probabilidades de transición no estacionarias P_{ijt}.

Definición de parámetros:
a_{wk}: contribución o uso requerido por la actividad k en la meta w, para $w = 1..\text{M}, k \in K$
r_w: nivel de la meta w a lograr, para $w = 1..\text{M}$

Entiéndase que una meta es un valor numérico específico al que se tratará de acercarse lo más posible.

Definición de variables:
X_k: variable de decisión para la actividad k, para $k = 1..\text{K}$,
${e_w}^+$: variable de desviación positiva o por encima de la meta w, para $w = 1..\text{M}$,
${e_w}^-$: Variable de desviación negativa o por debajo de la meta w, para $w = 1..\text{M}$.

Función objetivo:
Minimizar la suma de las desviaciones que están por encima y por debajo en las ecuaciones metas.
Por lo tanto, el modelo estándar queda como:

$$Minimizar\ Z = \sum_{i \in M} ({e_w}^+ + {e_w}^-)$$

sujeto a:

$$g(X_k) - {e_w}^+ + {e_w}^- = r_w, \text{para } w = 1..\text{M}, k \in K$$
$${e_w}^+, {e_w}^-, X_k \geq 0, \text{para } w = 1..\text{M}, k \in K$$

donde $g(X_k)$ se puede expresar linealmente como:

$$g(X_k) = \sum_{k=1}^{K} a_{wk} * X_k\ , \text{para } w = 1..\text{M}$$

Es necesario, para una mejor interpretación expresar (6) de la siguiente manera:

$$\mathrm{y_{j,t+1}} = \sum_{i=0}^{M} y_{it} * p_{ij} - {e_{j,t+1}}^+ + {e_{j,t+1}}^-, \qquad \text{para } j = 0..\text{M} \qquad (7)$$

donde:
${e_{j,t+1}}^+$: Variable que indica la desviación por encima al estimar el estado j del periodo t+1, para $j = 0..\text{M}, t = 0..\text{T} - 1$
${e_{j,t+1}}^-$: Variable que indica la desviación por debajo al estimar el estado j del periodo t+1, para $j = 0..\text{M}, t = 0..\text{T} - 1$

Con la estructura del modelo estándar anterior y con una formulación adecuada, se puede utilizar (7) para el siguiente modelo matemático de programación por metas:

Definición de parámetros:
y_{it}: proporción de jefes de hogar que se encontraron en el estado i en el periodo t, para $i = 0..\text{M}, t = 0..\text{T} - 1$

Definición de variables:
p_{ij}: Probabilidad de que un jefe de hogar pase al estado j dado que se encontraba en el estado i, para $i = 0..\mathrm{M}, j = 0..\mathrm{M}$
${e_{j,t+1}}^{+}$: Variable que indica la desviación por encima al estimar el estado j del periodo t+1, para $j = 0..\mathrm{M}, t = 0..\mathrm{T} - 1$
${e_{j,t+1}}^{-}$: Variable que indica la desviación por debajo al estimar el estado j del periodo t+1, para $j = 0..\mathrm{M}, t = 0..\mathrm{T} - 1$

Función objetivo:

$$Minimizar\ Z = \sum_{j=0}^{M}\sum_{t=0}^{T-1}\left({e_{j,t+1}}^{+} + {e_{j,t+1}}^{-}\right) \quad \text{(B1)}$$

sujeto a:

$$\sum_{i=0}^{M} y_{it} * p_{ij} - {e_{j,t+1}}^{+} + {e_{j,t+1}}^{-} = y_{j,t+1}, \text{para } j = 0..\mathrm{M}, t = 0..\mathrm{T} - 1 \quad \text{(B2)}$$

$$\sum_{j=0}^{M} p_{ij} = 1, \text{para } i = 0..\mathrm{M} \quad \text{(B3)}$$

$$0 \leq p_{ij} \leq 1, \quad \text{para } i = 0..\mathrm{M}, j = 0..\mathrm{M} \quad \text{(B4)}$$

$${e_{j,t+1}}^{+}, {e_{j,t+1}}^{-} \geq 0 \ , \text{para } j = 0..\mathrm{M}, t = 0..\mathrm{T} - 1 \quad \text{(B5)}$$

(B1) muestra que la función objetivo implica minimizar la suma de todas las desviaciones por encima y por debajo de las metas.

El conjunto de ecuaciones (B2) muestra los balanceos de regresión para cada meta $y_{j,t+1}$, (B3) obliga a que la suma de las probabilidades para cada estado i debe valer 1, (B4) indica que las probabilidades p_{ij} deben ser no menor que 0 y no mayor que 1, y (B5) representa el conjunto de restricciones de dominio sobre las variables.

4.5 Índice de Shorrocks y la matriz de transición

Con la confección de la matriz de transición, Shorrocks [12], citado entre otros autores por Cárdenas [5], Torres y Allepuz [3] y Nina et al. [2], propone el siguiente índice:

$$M(P) = \frac{n - Traza(P)}{n - 1}$$

donde:

$$0 \leq M(P) \leq 1$$

$$n = \text{orden de la matriz}$$

$$Traza(P) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Cuanto mayor sea la probabilidad de permanecer en el mismo nivel educativo, mayor será el valor de la traza y por lo tanto, se tiene un índice menor. Si todos los individuos siguieran en el mismo estado que el de sus progenitores, la inmovilidad sería perfecta, luego, todos los elementos de la diagonal tomarían el valor 1 y el índice sería *M(P)=0*.

El caso contrario extremo a la inmovilidad perfecta, la movilidad perfecta, ocurre cuando cada individuo tiene igual probabilidad de moverse a cualquier estado educativo, independientemente de cuál haya sido el nivel educativo de su progenitor. Así, los elementos de la diagonal deberán tomar el valor 1/6, generando un índice *M(P)=1*.

A continuación se muestra un ejemplo para el cálculo del índice de Shorrocks.

Dada la siguiente matriz P de transición:

Estados	**S_0**	**S_1**	**S_2**
S_0	**0,7**	0,6	0,3
S_1	0,5	**0,8**	0,2
S_2	0,4	0,2	**0,6**

entonces:

$$Traza(P) = 0{,}7 + 0{,}8 + 0{,}6 = 2{,}1$$

$$M(P) = \frac{3 - 2{,}1}{3 - 1} = 0{,}45$$

Para este ejemplo el índice de Shorrocks es 0,45, es decir se verifica la existencia de una movilidad moderada.

4.6 Validación del modelo propuesto

Para la validación del modelo de programación por metas propuesto, se utilizaron datos correspondientes a jefes de hogar del Departamento Central y la ciudad de Asunción, extraídos de las bases de datos de las Encuestas Permanentes de Hogares (EPH) de los años 1990 al 2011, y para los años 1997/98 y 2000/1 de las Encuestas Integradas de Hogares (EIH); ambos tipos de encuestas son elaboradas por la Dirección General de Estadística, Encuestas y Censos (DGEEC) del Paraguay [19], mediante el muestreo aleatorio de hogares.

Se recurrió a la herramienta de análisis estadístico IBM® SPSS ® Statistics para el filtro y expansión de las bases de datos de veinte años, de acuerdo a las dimensiones seleccionadas para las variables de estudio: departamento de residencia, relación de parentesco con el jefe de hogar, edad mayor o igual a 25 años[4], sexo masculino y femenino y máximo nivel educativo formal aprobado. La cantidad de jefes de hogar para el estudio totaliza 230.034 en el año 1990 y va incrementándose hasta totalizar 622.654 jefes en el año 2011.

Con las bases de datos filtradas, se determinaron los valores necesarios para el cálculo de la matriz de transición, es decir, la proporción de jefes de hogar que se encontraron en cada uno de los seis niveles educativos formales definidos como estados: sin instrucción (N), primaria incompleta (PI), primaria completa (PC), secundaria incompleta (SI), secundaria completa (SC) y superior (S) (Tabla 1[5]).

Los valores obtenidos fueron introducidos en el modelo matemático propuesto, siendo este último corrido con el software IBM ILOG CPLEX Optimization Studio Versión 12.6, con licencia académica, instalado en un computador portátil con procesador Intel Core i3 ® GHz con 4 GbRAM.

Tabla 1. Tamaño de la muestra y porcentaje de jefes de hogar que pertenecen a cada nivel de estudio, en los veinte años analizados.

AÑO	Total jefes hogar	N	PI	PC	SI	SC	S
1990	230.034	2,538	21,134	24,484	17,044	20,632	14,168
1991	255.958	3,025	23,058	24,421	18,176	17,354	13,966
1992	255.056	2,134	25,727	21,213	18,007	15,467	17,453
1993	274.406	2,731	21,790	22,049	21,922	16,817	14,690
1994	286.868	1,874	21,398	24,508	20,193	15,265	16,763
1995	326.799	3,634	25,318	23,827	17,694	14,045	15,482
1996	366.096	2,337	23,536	21,942	22,535	14,000	15,650
1997/8	358.352	3,570	23,780	19,222	23,589	16,451	13,389
1999	393.178	2,010	20,300	23,307	27,594	13,168	13,621
2000/1	422.300	3,023	25,378	18,645	23,352	13,943	15,660
2002	426.172	2,342	24,757	24,638	17,137	17,207	13,919
2003	435.817	1,859	18,323	24,236	21,010	16,409	18,163
2004	467.171	2,156	21,462	24,857	19,688	15,734	16,103
2005	513.132	1,992	17,293	21,490	21,689	17,406	20,130
2006	526.378	2,168	16,949	23,640	19,494	21,560	16,188
2007	544.641	2,721	18,716	21,467	21,535	18,089	17,473
2008	572.208	2,010	16,985	21,066	20,811	18,677	20,450
2009	568.789	0,161	19,056	19,740	19,788	20,653	20,602
2010	603.306	0,375	15,202	24,691	20,598	20,049	19,086
2011	622.654	0,119	15,804	19,740	22,340	20,997	21,000

[4] Edad necesaria para culminar estudios de nivel superior.
[5] Los valores de la tabla 1 se muestran en porcentajes para una mejor interpretación.

5 Resultados

Implementando el modelo matemático propuesto y utilizando como datos de entrada los valores de la proporción de jefes de hogar que se encontraron en cada estado o nivel educativo, en los veinte años de análisis, se obtuvo la matriz de probabilidades de transición que se presenta en la Tabla 2, cuyos elementos se muestran en porcentajes para una mejor interpretación.

El modelo propuesto contiene 289 variables de decisión y 168 restricciones, y un tiempo de resolución de 1,85 segundos, siendo la sumatoria de las desviaciones por encima y por debajo de las metas igual a 2,49.

Se determinó que en el Departamento Central y Asunción, la probabilidad de permanecer en el mismo nivel educativo que alcanzó el jefe de hogar es alta para los niveles de educación intermedios. El mayor peso se da para los individuos cuyos padres no concluyeron la secundaria, esto representa un 46% de posibilidades que el hijo caiga en el mismo estado.

Elaborando y analizando las matrices para jefes de hogar por sexo, se observa que los elementos de la diagonal principal para las jefas de hogar presenta cierta supremacía (mayores probabilidades) respecto a la diagonal principal de la matriz para los jefes de hogar (Tablas 3 y 4). Esto representa mayor herencia en la transmisión de la educación entre mujeres jefas de hogar y su progenitor.

En general, se puede observar en la Figura 1, para cada nivel de estudio examinado, que las jefas de hogar tienen mayores probabilidades que los jefes de repetir los niveles educativos de su progenitor, a excepción de la secundaria completa, donde las posibilidades son mayores para los jefes del sexo masculino.

Para la matriz de movilidad educativa de Asunción y el Departamento Central se calculó el índice de movilidad de Shorrocks, y se obtuvo un $M(P)=0{,}89$; es decir, se verifica una alta movilidad en la transmisión intergeneracional de la educación, o bien, la herencia no pesa mucho. Para la matriz de movilidad educativa de los hombres jefes de hogar se obtuvo un $M(P)=0{,}91$; es decir, se verifica una alta movilidad en la transmisión intergeneracional de la educación. Igualmente, el índice de movilidad para mujeres jefas de hogar, indica una moderada movilidad con $M(P)=0{,}68$.

Tabla 2. Matriz de transición educativa para los años 1990 al 2011, total jefes de hogar.

	Nivel educativo del jefe de hogar (2011)					
Nivel educativo del jefe de hogar (1990)	**N**	**PI**	**PC**	**SI**	**SC**	**S**
N	**0,00***	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PI	1,80	**39,31**	20,50	38,39	0,00	0,00
PC	2,54	19,13	**36,46**	2,01	0,00	39,86
SI	6,05	30,46	0,00*	**46,02**	12,74	4,73
SC	0,00	0,00	13,69	18,15	**31,40**	36,76
S	0,00	0,00	39,67	0,00*	58,69	**1,64***

*****Posible número de casos insuficientes

Tabla 3. Matriz de transición educativa para los años 1990 al 2011, hombres jefes de hogar.

	Nivel educativo del jefe de hogar (2011)					
Nivel educativo del jefe de hogar (1990)	**N**	**PI**	**PC**	**SI**	**SC**	**S**
N	**0,00***	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PI	0,00	**43,69**	32,42	28,39	0,00	0,00
PC	1,88	1,28	**18,77**	41,82	0,00*	36,25
SI	3,63	37,85	9,75*	**38,69**	10,09	0,00
SC	0,00	0,00	16,32	4,25*	**35,13**	44,31
S	0,00	0,00	35,53	0,00*	55,29	**9,18***

*****Posible número de casos insuficientes

Tabla 4. Matriz de transición educativa para los años 1990 al 2011, mujeres jefas de hogar.

	Nivel educativo del jefe de hogar (2011)					
Nivel educativo del jefe de hogar (1990)	**N**	**PI**	**PC**	**SI**	**SC**	**S**
N	**17,54**	67,93	14,53	0,00	0,00	0,00
PI	12,44	**60,39**	6,30	10,63	10,23	0,00
PC	0,00	16,04	**52,79**	0,00*	8,32	22,85
SI	0,00	0,00	36,11	**48,41**	15,48	0,00
SC	0,00	24,03	23,53	36,17	**16,27**	0,00
S	0,00	0,00	0,00	6,99	29,35	**63,66***

*****Posible número de casos insuficientes

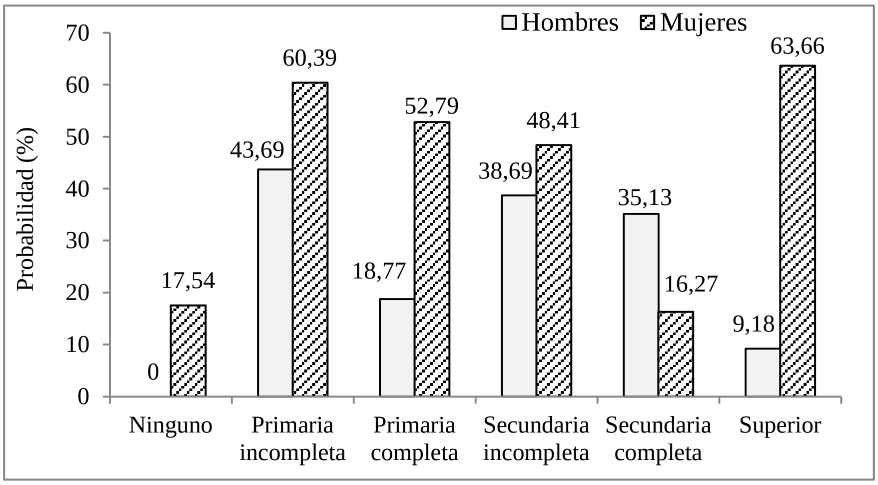

Fig. 1. Valores en % de la diagonal principal de la matriz de transición educativa, para los años 1990 al 2011 de los jefes de hogar (hombres y mujeres).

6 Conclusiones

Se logró formular con éxito un novedoso modelo matemático basado en programación por metas para la medición de la movilidad intergeneracional educativa en el Departamento Central y Asunción – Paraguay. El modelo contiene en su estructura un conjunto de ecuaciones metas que corresponden a balanceos de regresión, fundamentados en cadenas de Markov.

En cada matriz de transición calculada se verifica para los jefes de hogar que residen en el Departamento Central o en la ciudad de Asunción, una consistente movilidad educativa entre generaciones, tanto ascendente como descendente. Por razones de disponibilidad de datos, no se discriminaron la zona de residencia, urbana o rural, ni la categoría del servicio de educación, pública o privada. En particular, al indagar sobre la movilidad ascendente se comprueba que los hombres jefes de hogar superan los logros de sus padres con mayor probabilidad en comparación con las mujeres jefas de hogar, tal es así que queda explícitamente detallada en la matriz de las mujeres una movilidad descendente y una herencia educativa fuerte entre ellas y su progenitor.

Reforzando las observaciones de movilidad, los cálculos del índice de Shorrocks para cada matriz de transición reflejan una alta o moderada movilidad educativa, pues cada *M(P)* se acerca más a la unidad.

7 Recomendaciones

Se sugiere comparar los resultados obtenidos a partir de este modelo propuesto con otros vigentes en la literatura. Será de gran valor contrastar las matrices de transición y generar nuevos modelos que verifiquen la consistencia.

Para trabajos futuros se recomienda efectuar un análisis demográfico de los individuos encuestados, y tomar consideraciones respecto a la heterogeneidad de la población, producto del flujo de personas causado por la migración interna entre ciudades y departamentos. Estos movimientos de personas podrían distorsionar las estimaciones y generar inconsistencias en los cálculos de transmisión educativa entre generaciones. También será relevante para la ampliación de este trabajo, el análisis de las matrices de transición e índices de movilidad para otros departamentos del país, de acuerdo a la disponibilidad de datos oficiales; así también, la determinación de resultados según la zona de residencia, urbana o rural, y de acuerdo a los niveles de ingreso de los jefes de hogar.

Referencias

1. Jones, M.T.: Estimating Markov transition matrices using proportions data: an application to credit risk. IMF Working Paper. 219, 2–25 (2005)
2. Nina, E., Grillo, S., Alonso, C.: Movilidad social y transmisión de la pobreza en Bogotá. Economía y Desarrollo. 2, 119–156 (2003)
3. Torres, T., Allepuz, R.: El desarrollo humano: perfiles y perspectivas futuras. Estudios de economía Aplicada. 27, 545–562 (2009)
4. Ferrari, O.: Transmisión intergeneracional de la pobreza en Uruguay. Trabajo Práctico, Doctorado en Economía Aplicada, Departamento de Economía Aplicada. 1–84 (2008)
5. Cárdenas, H.: Desigualdad en desarrollo humano y la transmisión intergeneracional de la desigualdad educativa en Honduras. Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) Honduras, Tegucigalpa (2010)
6. Díaz, G.: Estratificación y movilidad social en Guatemala. Revista Electrónica Nova Scientia. 4, 205–236 (2011)
7. Núñez, J., Miranda, L.: Recent Findings on intergenerational income and educational mobility in Chile. Serie Documentos de Trabajo, Facultad de Economía y Negocios, Universidad de Chile. 244, 1–29 (2007)
8. Sapelli, C.: Una nota sobre la movilidad Intergeneracional del Ingreso en Chile. Documento de Trabajo, Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile. 388, 1–34 (2010)
9. Mediavilla, M., Calero, J.: Movilidad educativa en Latinoamérica. Un estudio para seis países. In: XVI Jornadas de la Asociación de Economía de la Educación, pp. 1–12. Barcelona (2007)
10. Sánchez, A.: Movilidad intergeneracional de ingresos y educativa en España (1980-90). Universidad de Barcelona, Instituto de Economía de Barcelona. 1–28 (2004)
11. Lee, T., Judge, G., Zellner, A.: Estimating the parameters of the Markov probability model from aggregate time series data. North-Holland Pub. Co. Amsterdam (1970).
12. Shorrocks, A.: The measurement of mobility. Econométrica. 46, 1013–1024 (1978). Disponible en http://www.jstor.org

13. Hillier, F., Lieberman, G.: Introducción a la investigación de operaciones. McGraw-Hill, Ciudad de México (2010)
14. Judge, G.: The Information Theoretic Foundations of a Probabilistic and Predictive Micro and Macro Economics. Serie de Documentos de Trabajo, Departamento de Agricultura y Recursos Económicos, Universidad de California. 1–21 (2012)
15. Timofeeva, G., Timofeev, N.: State estimation problem for Markov chain Model. Serie de documentos de trabajo. 1–4 (2011)
16. Schniederjans, M.: Goal programming: Methodology and appications. Kluwer Academic Publishers. (1995). Disponible en http://books.google.com.py/books
17. López, H., López, R.: Modelos de optimización por metas para el cálculo de estimadores en regresión múltiple. Ciencia e Ingeniería Neogranadina. 2, 133–157 (2010)
18. Aznar, J., Guijarro, F.: Métodos de valoración basados en la programación por metas: modelo de valoración restringida. Revista española de estudios agrosociales y pesqueros. 204, 29–46 (2004)
19. Dirección General de Estadística, Encuestas y Censos, http://www.dgeec.gov.py