

MINLP basado en el Proceso Analítico Jerárquico para simplificar problemas de optimización multiobjetivo

Jonathan Wheeler¹, J. Rubén Ruiz Femenia², José A. Caballero², Gonzalo Guillén-Gosálbez³, Fernando D. Mele¹

¹ Universidad Nacional de Tucumán, FACET, Av. Independencia 1900,
T4002BLR S.M. de Tucumán, Argentina
fmele@herrera.unt.edu.ar

² Universidad de Alicante, DEQ, Apartado de Correos 99,
03690 Alicante, España
{ruben.ruiz,caballer}@ua.es

³ Universitat Rovira i Virgili, DEQ, Avinguda Països Catalans 26,
43007 Tarragona, España, y
University of Manchester, School of Chem. Eng. and Analytical Sci., Sackville Street,
Manchester M13 9PL, Reino Unido
gonzalo.guillen@urv.cat

Resumen. Los problemas multiobjetivo (MO) conducen a un conjunto de soluciones eficientes (Pareto) a partir de las cuales se debe identificar aquella que mejor se adapte a las necesidades/preferencias del analista. El conjunto de Pareto de un dado problema contiene virtualmente infinitas soluciones, por lo que generar un subconjunto representativo de éstas podría requerir un gran esfuerzo computacional. En este trabajo se presenta un método basado en el Proceso Analítico Jerárquico (AHP) para abordar un problema MO mediante la introducción de factores de ponderación adecuados. Estos factores son generados mediante una formulación no lineal mixta entera (MINLP). Así, el problema multidimensional se transforma en uno de función-objetivo única, cuya resolución refleja las preferencias de los “expertos” con el máximo grado de consistencia posible, sin tener que explorar el conjunto completo de Pareto. Las capacidades de este enfoque se ilustran mediante el diseño de una cadena de suministros de bioetanol con criterios económicos y ambientales.

1 Introducción

Los problemas de decisión multiobjetivo (MO) se presentan en una gran variedad de situaciones relacionadas con la producción de bienes y servicios. En particular, la actividad industrial ha generado un gran conjunto de estos problemas debido a la variedad y cantidad de intereses que se ponen en juego [1-3]. En la bibliografía pueden encontrarse diferentes enfoques para la resolución de problemas MO con criterios en conflicto, conocidos típicamente como técnicas de decisión multicriterio (DMC). A su vez, las DMC se clasifican en dos grandes grupos: métodos de decisión MO (DMO) y métodos de decisión multiatributo (DMA). El primer grupo identifica un conjunto de soluciones –óptimos de Pareto– mediante métodos de búsqueda limitados

por restricciones, mientras que los DMA evalúan y seleccionan alternativas a partir de un conjunto de ellas en base a atributos definidos [4].

Desde el punto de vista de los DMO, la resolución de problemas MO –ya sean lineales, no lineales, mixtos enteros–, produce, en general, una cantidad infinita de posibles soluciones. Estas soluciones son todas óptimas en el sentido de Pareto, es decir, representan situaciones de compromiso en las que no se puede mejorar uno de los objetivos sin simultáneamente causar la degradación de otros. El cálculo de todas estas soluciones demandaría tiempos de cómputo excesivos, como así también la necesidad de gran capacidad de procesamiento y almacenamiento de información. Es así que, en la práctica, se busca un conjunto representativo de soluciones de Pareto para ser remitidas al encargado de la toma de decisiones, quien elegirá la que finalmente se implementará. Resulta evidente que disponer de una mayor cantidad de soluciones de Pareto, aumentaría la probabilidad de encontrar la que mejor se adapte a las preferencias del encargado de la toma de decisiones. Además, se lograría una mejor comprensión de la estructura del problema MO, conociendo aún mejor la relación de compromiso entre los objetivos planteados para el análisis. Como al buscar una mayor cantidad de soluciones, el tiempo y los recursos invertidos también aumentan, es necesario enfocar la atención en aquellas soluciones más prometedoras o que reflejen mejor las preferencias o criterios de quien toma las decisiones.

En este trabajo se propone una estrategia para simplificar problemas de optimización MO que pueden presentarse en diversas áreas de la Ingeniería de Procesos. Se resuelve, en lugar de un problema MO, un problema mono-objetivo (SO) que surge de la reducción previa del número de objetivos mediante factores de ponderación obtenidos con una metodología DMA: el Proceso Analítico Jerárquico (*Analytical Hierarchy Process* – AHP) [5]. Dado que este método adolece de un elevado grado de inconsistencia que puede invalidar las ponderaciones obtenidas [6], el AHP estándar fue modificado mediante un algoritmo de programación no lineal mixto entero (MINLP) para generar pesos con la máxima consistencia posible.

La utilidad del método se ilustra mediante su aplicación al diseño de la cadena de suministros (CS) de azúcar y etanol de la Argentina considerando simultáneamente criterios económicos y ambientales. Para cuantificar los aspectos ambientales se utiliza la metodología del Análisis de Ciclo de Vida (*Life-Cycle Assessment* - LCA).

2 Planteo del Problema

Considérese el siguiente problema de optimización MO:

$$\begin{aligned} & \min \{ O_1(x, X, N); O_2(x, X, N); O_3(x, X, N); \dots; O_i(x, X, N); \dots \} \\ \text{s. a.:} \quad & \mathbf{g}(x, X, N) \leq 0 \\ & \mathbf{h}(x, X, N) = 0 \\ & x \in \mathfrak{R}, X \in \{0,1\}, N \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned} \tag{P1}$$

donde $O_i(x, X, N)$ representa la función objetivo i -ésima, g y h son las restricciones de desigualdad e igualdad, respectivamente, y x , X y N son las variables reales, binarias y enteras del problema, respectivamente.

Para resolver P1, se propone simplificar el problema MO original utilizando como función objetivo una suma ponderada cuyos pesos w_i surgen de aplicar el AHP. Se obtiene así un modelo SO sujeto a las mismas restricciones de igualdad y desigualdad que el problema MO. La clave de esta transformación es la forma en la que se obtienen los pesos de la suma ponderada. La idea es calcularlos mediante un algoritmo MINLP que asegure que las preferencias entre objetivos consideradas en el AHP produzca un conjunto de pesos con la máxima consistencia posible. Así, el problema MO a resolver se reduce a:

$$\begin{aligned} \min \quad & w_1 O_1(x, X, N) + w_2 O_2(x, X, N) + \dots + w_i O_i(x, X, N) + \dots \\ \text{s. a.:} \quad & g(x, X, N) \leq 0 \\ & h(x, X, N) = 0 \\ & x \in \mathfrak{R}, X \in \{0,1\}, N \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned} \quad , \quad (\text{P2})$$

obteniéndose una única solución que, con tiempos de cómputo relativamente pequeños, es capaz de representar las preferencias y criterios de un conjunto de expertos.

3 El Proceso Analítico Jerárquico. Factores de ponderación

El AHP [5] es un método DMA que descompone el problema multicriterio teniendo en cuenta la jerarquía de los criterios. Este método ha sido utilizado para resolver problemas industriales de diferente naturaleza, tales como: selección de proveedores, elección de tecnologías para la producción, localización de instalaciones [7-9], pero a diferencia del presente trabajo, en aquéllos el enfoque no se integra a un proceso de optimización. Hasta donde conocemos, no existen trabajos que usen el AHP para simplificar problemas de optimización MO.

Tabla 1. Escala de Saaty para las comparaciones por pares de los criterios en el método AHP.

Valor numérico	Definición
1	Igualmente importante
3	Moderadamente más importante
5	Más importante
7	Mucho más importante
9	Extremadamente más importante

La fuente de información para aplicar el AHP ha sido un conjunto de encuestas realizadas a expertos en la temática del caso de estudio que luego se presenta, tanto del ámbito académico como industrial. En el proceso tradicional del AHP, se solicita a los expertos definir un orden jerárquico de los objetivos del problema, del más importante al menos importante, con la posibilidad de establecer igualdad de importan-

cia entre ellos. Luego se les solicita que realicen comparaciones de a pares entre los objetivos [10-12]. En las comparaciones por pares de objetivos se utiliza la escala estándar de Saaty (Tabla 1).

Luego de realizada la comparación entre los n objetivos, se construye la “matriz de coeficientes” de Saaty de n filas por n columnas. En esta matriz $a_{ij} = 1/a_{ji}$ y, para los elementos de la diagonal: $a_{ii} = 1$ (comparación de un objetivo consigo mismo). Por lo tanto, construir la matriz de Saaty es rellenar el triángulo superior con los factores de comparación por pares.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Cada encuesta determinará una matriz de coeficientes distinta. Para cada una de ellas se debe calcular el máximo valor propio, λ_{\max} , y el coeficiente de consistencia, CI (Ec. 1). El mínimo valor que puede tomar λ_{\max} es n ; para ese caso: $CI = 0$ y la matriz de Saaty es completamente consistente.

$$CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1) \quad (1)$$

El CI se compara con un parámetro de consistencia aleatorio, RI , establecido por Saaty [12], y se calcula el cociente de consistencia, CR (Ec. 2).

$$CR = CI / RI \quad (2)$$

Si el cociente de consistencia es menor o igual a 0,1 (90% de consistencia de las comparaciones y 10% de inconsistencia) la encuesta es aceptable, caso contrario, no puede utilizarse [12]. Luego se calcula una matriz de coeficientes total que se obtiene de calcular elemento a elemento la media geométrica de los coeficientes de las m matrices generadas por los m encuestados (Ec. 3).

$$a_{ij} = (a_{ij}^1 \cdot a_{ij}^2 \cdot a_{ij}^3 \cdot \dots \cdot a_{ij}^m)^{1/m} \quad \forall i, j \quad (3)$$

A partir de esta última matriz, se calcula el máximo valor propio según la Ec. 4.

$$\sum_j a_{ij} w_j - \lambda_{\max} \cdot w_i = 0 \quad i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

donde los w_i son los elementos del autovector normalizado. Éstos constituyen los pesos que luego se utilizarán para simplificar el problema MO.

A medida que aumenta el número de objetivos, el número de comparaciones a realizar, NC , aumenta (Ec. 5). El proceso de comparación se vuelve por lo tanto más engorroso y aumenta la probabilidad de introducir incoherencias en las comparaciones en relación a la jerarquización inicial planteada, provocando así una mayor dificultad para el encuestado de mantener un nivel de consistencia aceptable.

$$NC = \sum_n (n-1) \quad (5)$$

Para eliminar los problemas de consistencia –simplificando a su vez la confección de las encuestas–, es que se propone usar un algoritmo de optimización MINLP. Éste, partiendo de un orden de preferencias propio de cada encuestado, genera la matriz de mayor consistencia posible (la matriz de mínimo máximo valor propio).

4 Metodología propuesta

El procedimiento para el cálculo de los factores de ponderación requeridos por el problema P2 comprende tres pasos. En el primero, se utiliza la metodología del AHP. Se parte de la jerarquización de los objetivos realizada por cada encuestado y se la traduce en un conjunto de condiciones lógicas o restricciones que formarán parte, en el paso 2, de la formulación MINLP que genera las matrices de coeficientes de mayor consistencia posible para los criterios planteados. Finalmente, en el paso 3, se retoma la metodología del AHP para calcular la matriz total y a partir de ésta, los pesos para utilizar en la suma ponderada del problema SO (P2).

4.1 Criterios lógicos para generar la matriz de coeficientes de cada encuestado

Éste es el primer paso del procedimiento. Se solicita al encuestado el ordenamiento de los objetivos (de más importante a menos importante) según una escala de valores arbitraria, por ejemplo, de 0 a 10, donde 10 representa la máxima preferencia. Este ordenamiento es cualitativo y permite inferir relaciones como ser: igual importancia, mayor importancia, mucha mayor importancia y muchísima mayor importancia. El ordenamiento evita incoherencias importantes y permite establecer un conjunto de condiciones lógicas según las diferencias de los valores asignados por el encuestado, tal como se muestra en la Tabla 2.

Una vez derivadas las relaciones lógicas entre los objetivos, se puede escribir el algoritmo que permita encontrar los valores de la matriz de mayor consistencia para los criterios del encuestado.

Tabla 2. Traducción lógica de las valoraciones realizadas entre pares de criterios.

Diferencia de valor entre objetivos	Expresión lógica	
	Expresada coloquialmente	Expresada en términos de los elementos de la matriz de coeficientes
0	Objetivo <i>i</i> igual a <i>j</i>	$a_{ij} = 1$
1	Objetivo <i>i</i> mejor que <i>j</i>	$a_{ij} > a_{ji} + 1$
2	Objetivo <i>i</i> mucho mejor que <i>j</i>	$a_{ij} > a_{ji} + 3$
3 o más	Objetivo <i>i</i> muchísimo mejor que <i>j</i>	$a_{ij} > a_{ji} + 5$

4.2 Algoritmo MINLP para generar las matrices de coeficientes

Éste es el segundo paso de la metodología. De acuerdo con el AHP, para una matriz de Saaty dada, los pesos que se desean obtener (w_i) constituyen el autovector normalizado asociado al máximo autovalor. Dado que la matriz es cuadrada y como los objetivos están ordenados según el criterio inicial establecido por el encuestado, en la parte triangular superior de la matriz hay sólo elementos mayores o iguales a 1. Esto no resta generalidad porque dada una matriz cualquiera, siempre es posible encontrar una permutación simétrica (equivalente a cambiar el orden en que se escriben los objetivos) que tenga la parte triangular superior con elementos mayores o iguales que uno.

El problema MINLP puede plantearse como:

$$\min \lambda_{\max}, \quad (6)$$

donde λ_{\max} es el valor propio máximo, definido por la Ec. 4.

Para cada elemento a_{ij} de la parte triangular superior de la matriz de coeficientes se debe asignar un único parámetro de la escala de Saaty, como lo muestran las Ec. 7 y 8. Los p_k son parámetros de Saaty (1, 3, 5, 7 ó 9) y y_{ijk} son variables binarias que asignan el valor de p_k a la posición (i, j) .

$$a_{ij} = \sum_k p_k y_{ijk}, \quad \forall i, j, \quad i < j, \quad (7)$$

$$\sum_k y_{ijk} = 1, \quad \forall i, j, \quad i < j \quad (8)$$

El elemento de la parte triangular inferior se puede calcular según la Ec. 9.

$$a_{ji} = 1/a_{ij}, \quad \forall i, j, \quad i > j \quad (9)$$

Los pesos a obtener tendrán un valor entre 0 y 1, y su suma debe ser estrictamente igual a 1 (Ec. 10 y 11).

$$0 \leq w_i \leq 1 \quad \forall i \quad (10)$$

$$\sum_i w_i = 1 \quad (11)$$

Como se dijo en la sección 2.1, el mínimo valor que puede tomar λ_{\max} es igual al número de objetivos, es decir, a la dimensión de la matriz: n (Ec. 12).

$$\lambda_{\max} \geq n \quad (12)$$

A partir del ordenamiento inicial realizado en cada encuesta, se construyen las restricciones lógicas que se deben mantener entre los objetivos. Por ejemplo, sea un

problema de 4 objetivos O_i . Se da una valoración inicial tal que el orden de importancia queda plasmado con el criterio $O_1 > O_2 = O_3 \gg O_4$. Esto se debe escribir, según la Tabla 2, como: $a_{12} > a_{11} + 1$; $a_{23} = a_{22}$; $a_{34} > a_{33} + 3$. Se establecen así $n - 1$ restricciones para el modelo MINLP. Es importante destacar que, si se introducen relaciones entre más de dos objetivos es posible forzar tanto la matriz que no sea posible encontrar matrices “suficientemente consistentes” o emplear tiempos de cómputo excesivos.

Para cada encuesta deben escribirse las restricciones correspondientes y resolverse el MINLP para generar una matriz de Saaty de máxima consistencia de dicha encuesta. Una vez calculadas todas las matrices, se calcula la matriz total, de acuerdo con la Ec. 3 y a partir de ésta, según la Ec. 4, se calculan los pesos w_i (tercer paso de la metodología). Con los pesos obtenidos se construye la función objetivo de P2 que sustituye al modelo MO original (P1).

5 Caso de estudio

La metodología propuesta se ha aplicado a un caso de estudio tomado de la industria argentina de la caña de azúcar. Particularmente, se busca diseñar una CS de azúcar y etanol, con criterios económicos y ambientales. El criterio económico es el valor actual neto (*NPV*). Como criterios ambientales se tomaron las 11 categorías incluidas en el Eco-indicador 99 [13], a saber: (1) cancerígenos, (2) *enfermedades respiratorias por sustancias orgánicas*, (3) *enfermedades respiratorias por sustancias inorgánicas*, (4) *cambio climático*, (5) *radiación*, (6) *capa de ozono*, (7) *ecotoxicidad*, (8) *acidificación/eutrofización*, (9) *uso del suelo*, (10) *minerales* y (11) *combustibles fósiles*. Éstos se evaluaron aplicando la metodología del LCA [14].

5.1 Descripción del problema

Se considera el diseño de una CS de 3 escalones: producción-almacenamiento y distribución al mercado. Por razones de espacio la formulación completa no se presenta aquí pero puede consultarse en trabajos previos [15]. Esta red incluye un conjunto de productores de caña de azúcar, instalaciones productivas y de almacenamiento, y los mercados que demandan los productos. Se asume que se tiene un determinado horizonte de tiempo dividido en períodos (6 años) y un área geográfica dividida con diferentes regiones (24 provincias), donde se pueden instalar los nodos de la CS. Cada región tiene una capacidad de producción de materia prima (caña de azúcar) en cada intervalo de tiempo. La caña de azúcar se puede utilizar para la producción de azúcar o de etanol, según diferentes tecnologías disponibles. Algunos subproductos de la producción de azúcar, como melazas y miel, pueden fermentarse para obtener etanol. Cada etapa productiva genera emisiones y desechos. Los productos finales (azúcar y etanol) son almacenados hasta el momento de ser enviados al mercado. Los nodos se vinculan entre sí mediante conexiones de materiales, para lo que se consideran tres tipos de transporte: camiones de caja abierta para la caña, camiones medianos para el azúcar y camiones cisterna para el etanol.

Para definir el problema de diseño de la CS de azúcar y etanol con criterios ambientales se consideran conocidos: el horizonte de tiempo, los precios de los productos, los costos de producción, almacenamiento y transporte, la demanda futura de productos, las tasas impositivas, las capacidades de las plantas, almacenes y transporte, la inversión de capital, la tasa de interés, las tasas de disposición de residuos e inventario ambiental. El objetivo es determinar la topología de la CS y las decisiones de planificación asociadas que permitan maximizar los beneficios económicos (NPV) y minimizar el impacto ambiental (TI_b) en cada categoría (b), a lo largo del horizonte de tiempo. Las decisiones a realizar incluyen el número, ubicación y capacidad de las plantas productivas y almacenes a ser instalados en cada región, la política de expansión de la capacidad de producción y almacenamiento, las conexiones y el tipo de transporte a emplear en la red, y los flujos de producción intermedios y finales, materia prima y desechos.

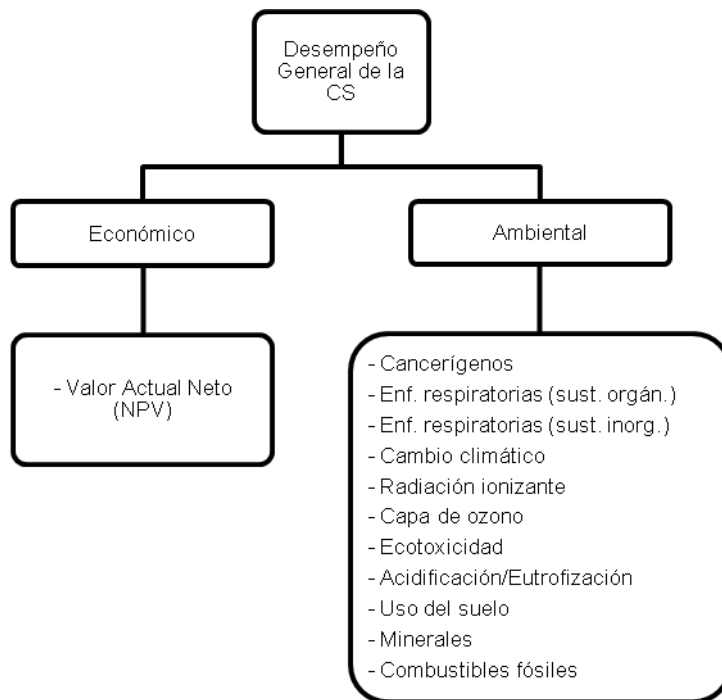


Figura 1. Estructura jerárquica para el AHP. Primero se compara el criterio económico con el ambiental, mientras que en la rama ambiental se comparan los 11 impactos considerados por el Eco-indicador 99.

El modelo matemático de la CS es del tipo lineal mezcla entera (MILP), MO, y se detalla en [15]. Se puede expresar de manera simplificada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 & \min \{ NPV(x, X, N); TI_b(x, X, N) \quad \forall b \} \\
 \text{s. a.:} & \quad g(x, X, N) \leq 0 \\
 & \quad h(x, X, N) = 0 \\
 & x \in \mathfrak{R}, X \in \{0,1\}, N \in Z^+
 \end{aligned}
 \tag{P3}$$

5.2 Resolución del problema

Para simplificar P3, se inicia el análisis a partir del cuadro jerárquico de los objetivos según lo indica la metodología del AHP, tal como se muestra en la Fig.1. Según esta estructura jerárquica, se deben realizar dos grupos de encuestas a expertos en la temática de los objetivos a comparar. Las primeras para discernir la importancia relativa que poseen los impactos individuales en la rama ambiental, y las segundas, para determinar la importancia relativa entre los criterios ambientales y económicos. Se consultaron 10 expertos del ambiente académico para analizar la importancia relativa de los impactos en la rama ambiental. Se ha trabajado con una escala de valoración de 0 a 10 para establecer el orden jerárquico de los objetivos. Los resultados obtenidos a partir de las encuestas se tradujeron en las preferencias mostradas en la Tabla 3.

Tabla 3. Ordenamiento de los 11 criterios ambientales resultante de las respuestas de 10 encuestados.

Encuestado	Ordenamiento
1	$i_1 > i_2 = i_3 = i_5 = i_8 > i_4 = i_7 > i_6 = i_{11} \gg i_9 > i_{10}$
2	$i_4 > i_1 \gg i_7 > i_2 > i_5 = i_8 = i_{11} > i_3 > i_1 > i_6 > i_9$
3	$i_1 = i_4 > i_5 = i_{11} > i_2 = i_3 = i_6 = i_7 = i_8 > i_9 = i_{10}$
4	$i_4 > i_1 = i_7 > i_3 = i_6 > i_2 = i_5 = i_8 = i_{11} > i_9 = i_{10}$
5	$i_1 = i_2 = i_3 = i_4 > i_6 = i_8 = i_9 > i_7 = i_{10} = i_{11} > i_5$
6	$i_4 > i_6 > i_1 > i_2 = i_3 = i_7 > i_5 = i_8 > i_9 = i_{10} = i_{11}$
7	$i_4 > i_1 = i_6 > i_2 = i_3 = i_5 = i_7 = i_8 = i_{11} > i_9 = i_{10}$
8	$i_1 > i_4 > i_2 = i_3 = i_5 = i_6 = i_7 = i_8 > i_9 = i_{10} = i_{11}$
9	$i_8 > i_4 > i_6 > i_7 > i_5 > i_{11} > i_{10} > i_9 > i_2 > i_3 > i_1$
10	$i_4 = i_5 > i_1 = i_{11} > i_2 = i_3 = i_6 = i_7 = i_8 = i_{10} > i_9$

A partir de cada encuesta, se establecen las restricciones del modelo MINLP y se resuelve. La formulación se ha codificado en GAMS® v.24.0.2 y resuelto con Baron, en un procesador Intel® Core 2 Duo, 4GB de RAM. Cada encuesta se procesa en un tiempo promedio de 15 minutos.

Se obtienen así, 10 matrices de Saaty con la máxima consistencia posible dados los criterios de los encuestados. Luego se construye la matriz que surge de calcular elemento a elemento, la media geométrica de las matrices individuales (Ec. 3). La Tabla 4 muestra la matriz total obtenida para los objetivos ambientales.

Partiendo de la matriz final, y aplicando la metodología del AHP, se obtienen los factores de ponderación buscados. La Tabla 5 muestra los pesos obtenidos para las diferentes categorías de impacto ambiental consideradas en este caso de estudio.

Tabla 4. Matriz de coeficientes total.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	0,85	1,06	0,99	1,17	2,03	2,76	1,82	3,16	2,49	3
2	1,17	1	1,28	1,69	1,48	2,47	2,76	2,60	3,55	3	3,27
3	0,94	0,78	1	1,32	1,06	2,03	2,27	1,89	3,47	2,29	3,10
4	0,99	0,59	0,76	1	1,11	1,63	2,41	2,14	3,03	2,14	2,76
5	0,85	0,68	0,94	0,90	1	1,78	2,14	1,63	3,35	2,16	2,56
6	0,49	0,40	0,49	0,61	0,56	1	1,12	1	2,05	1,39	1,84
7	0,36	0,36	0,44	0,42	0,47	0,90	1	0,72	1,38	1,12	1,31
8	0,55	0,38	0,53	0,47	0,61	1	1,39	1	1,98	1,43	1,82
9	0,32	0,28	0,29	0,33	0,30	0,49	0,72	0,50	1	0,80	0,71
10	0,40	0,33	0,44	0,47	0,46	0,72	0,90	0,70	1,25	1	1,24
11	0,33	0,31	0,32	0,36	0,39	0,54	0,76	0,55	1,39	0,80	1

Tabla 5. Valores obtenidos para los pesos (w_i).

Criterio	Peso (w_i)
Cancerígenos	0,1342
Enf. resp. por sust. orgánicas	0,1645
Enf. resp. por sust. inorgánicas	0,1325
Cambio climático	0,1206
Radiación ionizante	0,1168
Capa de ozono	0,0700
Ecotoxicidad	0,0552
Acidificación/Eutrofización	0,0710
Uso del suelo	0,0384
Minerales	0,0527
Combustibles fósiles	0,0440

A continuación se debe encontrar los factores de ponderación para el nivel jerárquico superior de la Fig. 1: comparación entre los aspectos económicos y ambientales. Para este caso, como son sólo dos criterios a comparar, no es necesario aplicar el algoritmo MINLP para obtener la matriz. En este caso la matriz de cada uno de los 10 encuestados, del ambiente industrial, será de consistencia máxima puesto que incluye una sola comparación. La matriz resultante se muestra en la Tabla 6. El peso obtenido para el criterio económico (w_{NPV}) es 0,6948 y para el criterio ambiental (w_{Amb}) es 0,3052.

Tabla 6. Matriz de coeficientes para la comparación bicriterio económico-ambiental.

Criterio	Económico	Ambiental
Económico	1	2,276
Ambiental	0,439	1

Una vez obtenidos los pesos se puede resolver el problema tipo P2, lo cual se hace con GAMS®, utilizando CPLEX 11.0, en la misma CPU mencionada anteriormente.

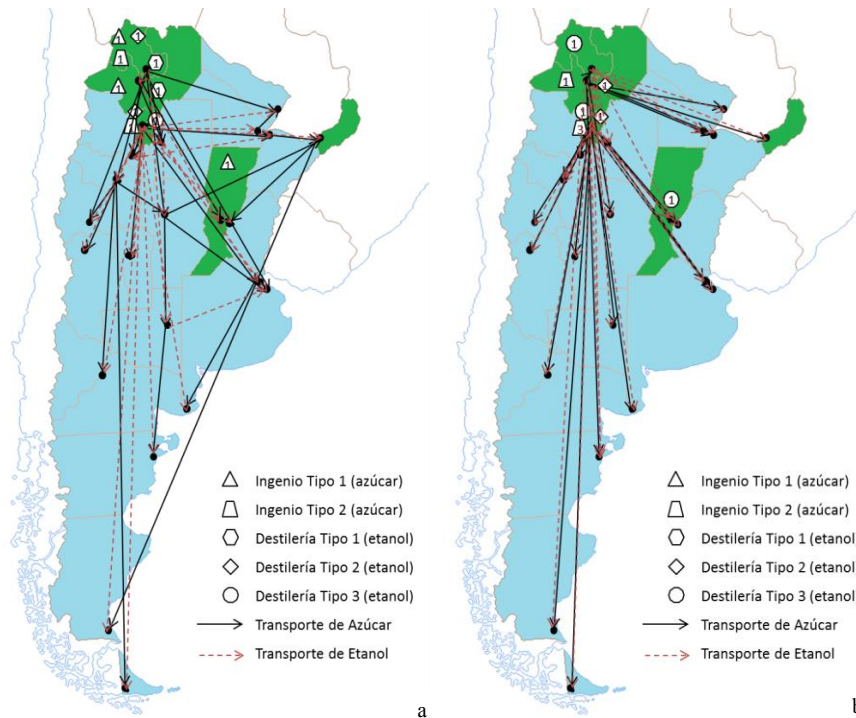


Figura 2. Red de la cadena de suministros para el año 1 utilizando el método propuesto (a) y utilizando el método tradicional para el AHP (b).

El problema se resolvió para dos instancias diferentes. En primer lugar se utilizaron los pesos obtenidos a partir de la metodología propuesta y, en segundo lugar, se utilizaron los pesos obtenidos mediante la aplicación del AHP tradicional, es decir sin maximizar la consistencia de las matrices en juego. Los resultados obtenidos en ambos casos, para el diseño de la CS de azúcar y etanol en la Argentina, se muestran en las Figuras 2a y 2b. En ambas se presenta el diseño de la red de la CS resultante para el primer año: las plantas instaladas en cada región y la distribución de los productos terminados. Como se puede observar en las figuras, mejorando la consistencia de los pesos obtenidos para realizar la suma ponderada, la estructura de la CS varía notablemente. Téngase en cuenta que si bien ambas soluciones deberían reflejar los criterios y preferencias de expertos en la materia, se ha conseguido que la solución de la Figura 2a lo haga con la máxima consistencia en esas preferencias.

6 Conclusiones

En el presente trabajo se ha desarrollado un método para la resolución de problemas MO, mediante la simplificación a un problema SO, utilizando la metodología del

AHP modificada. Dicha modificación permite, con menor esfuerzo, capturar las opiniones de los expertos y obtener la valoración de los objetivos del problema con la máxima consistencia. Se han demostrado las capacidades del método al obtener el diseño de la CS para la industria del azúcar y etanol de la Argentina, poniendo de manifiesto la introducción de una nueva perspectiva que devuelve con menor gasto de recursos una solución que pertenece al conjunto de soluciones de Pareto.

Referencias

1. Kostin, A., Guillén-Gosálbez, G., Mele, F., Bagajewicz, M., Jiménez, L. A novel rolling horizon strategy for the strategic planning of supply chains. Application to the sugar cane industry of Argentina. *Computers and Chemical Engineering*. 35(11) (2011) 2540-2563
2. Kravanja, Z., Čuček, L. Multi-objective optimisation for generating sustainable solutions considering total effects on the environment. *Applied Energy*. 101 (2013) 67-803
3. García, D.J., You, F. Multiobjective optimization of product and process networks: General modeling framework, efficient global optimization algorithm, and case studies on bioconversion. *AIChE Journal*. 61(2) (2015) 530-554
4. Cortés-Borda, D., Guillén-Gosálbez, G., Jiménez, L. On the use of weighting in LCA: translating decision makers' preferences into weights via linear programming. *International Journal Life Cycle Assessment*. 18 (2013) 948-957
5. Saaty, T. L. *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill International Book Company, New York. (1980) 281
6. Pöyhönen, M., Hämäläinen, R. P. On the convergence of multiattribute weighting methods. *European Journal of Operational Research*. 129(3) (2001) 569-585
7. Gloria, T.P., Lippiatt, B.C., Cooper, J. Life cycle impact assessment weights to support environmentally preferable purchasing in the United States. *Environmental Science and Technology* 41(21) (2007) 7551-7557.
8. Meng, F.-Y., Fan, Q.-X., Zhao, Q.-L., Wang, Y.-S. Life cycle assessment of environmental impact load of wastewater treatment. *Harbin Gongye Daxue Xuebao/Journal of Harbin Institute of Technology*. 42(6) (2010) 982-985
9. Reza, B., Sadiq, R., Hewage, K. Sustainability assessment of flooring systems in the city of Tehran: An AHP-based life cycle analysis. *Construction and Building Materials*. 25(4) (2011) 2053-2066
10. Pineda-Henson, R., Culaba, A.B. A diagnostic model for Green Productivity assessment of manufacturing processes. *Journal of Life Cycle Assessment*. 9(6) (2004) 379-386
11. Qian, Y., Huang, Z., Yan, Z. Integrated Assessment of Environmental and Economic Performance of Chemical Products Using Analytic Hierarchy Process Approach. *Chin. J. Chem. Eng.* 15(1) (2007) 81-87
12. Saaty, T. L. *Decision making for leaders: The analytic hierarchy process for decisions in a complex world*. Third edition. Pittsburgh, PA: RWS Publication. (1996)
13. Goedkoop, M. J.; Spriensma, R. S. *The Eco-indicator 99, Methodology report. A damage oriented LCIA Method, VROM: The Hague, The Netherlands*. (1999)
14. ISO 14040: 2006. *Env. management, Life cycle assessment, Principles and framework*.
15. Mele, F. D., Kostin, A. M., Guillén-Gosálbez, G., Jiménez, L. Multiobjective model for more sustainable fuel supply chains. A case study of the sugar cane industry in Argentina. *Ind. Eng. Chem. Res.* 50 (2011) 4939-4958